مثال :

$f(x,y)=x^3+y^3-3x^2$

ثابت کنید: $\iint |f(x,y)|\,dA \leq 4\pi$

$D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\leq 1\}$

$f(x,y)=x^3+y^3-3x^2$

$$\nabla f=0 \Longrightarrow \begin{cases} 3x^2-6x=0 \ (1) \longrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \Longrightarrow (0,0),\ \cancel{(2,0)} \\ 3y^2=0 \longrightarrow y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f=x^3+y^3-3x^2 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$$

با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ داریم:

$$\begin{cases} 3x^2-6x=2\lambda x \ (1) \\ 3y^2=2\lambda y \ (2) \longrightarrow \begin{cases} y=0 \longrightarrow x=\pm 1 \longrightarrow (1,0)\ ,\ (-1,0) \\ y\neq 0 \longrightarrow 3y=2\lambda \longrightarrow y=\frac{2}{3}\lambda \end{cases} \\ x^2+y^2=1 \ (3) \end{cases}$$

$$(1) \Longrightarrow \begin{cases} x=0 \xrightarrow{(3)} y=\pm 1 \\ x\neq 0 \longrightarrow 3x-6=2\lambda \longrightarrow x=2+\frac{2}{3}\lambda \end{cases}$$

$\longrightarrow y=\frac{2}{3}\lambda\ ,\ x=2+\frac{2}{3}\lambda \Longrightarrow (2+\frac{2}{3}\lambda)^2+\frac{4}{9}\lambda^2=1 \longrightarrow$ پس از ساده‌سازی جواب ندارد

$\longrightarrow$ کاندیدها : $P_1(0,0)$ $P_2(0,1)$ $P_3(0,-1)$ $P_4(-1,0)$

$P_5(1,0)$

ماکزیمم مطلق

$|f(-1,0)|=4\ ,\ |f(0,0)|=0\ ,\ |f(0,1)|=1$

$|f(0,-1)|=1\ ,\ |f(1,0)|=2 \Longrightarrow \iint|f(x,y)|\,dA \leq 4\iint dA$

$\longrightarrow \leq 4\pi(1)^2=4\pi$

Date: / / Subject:

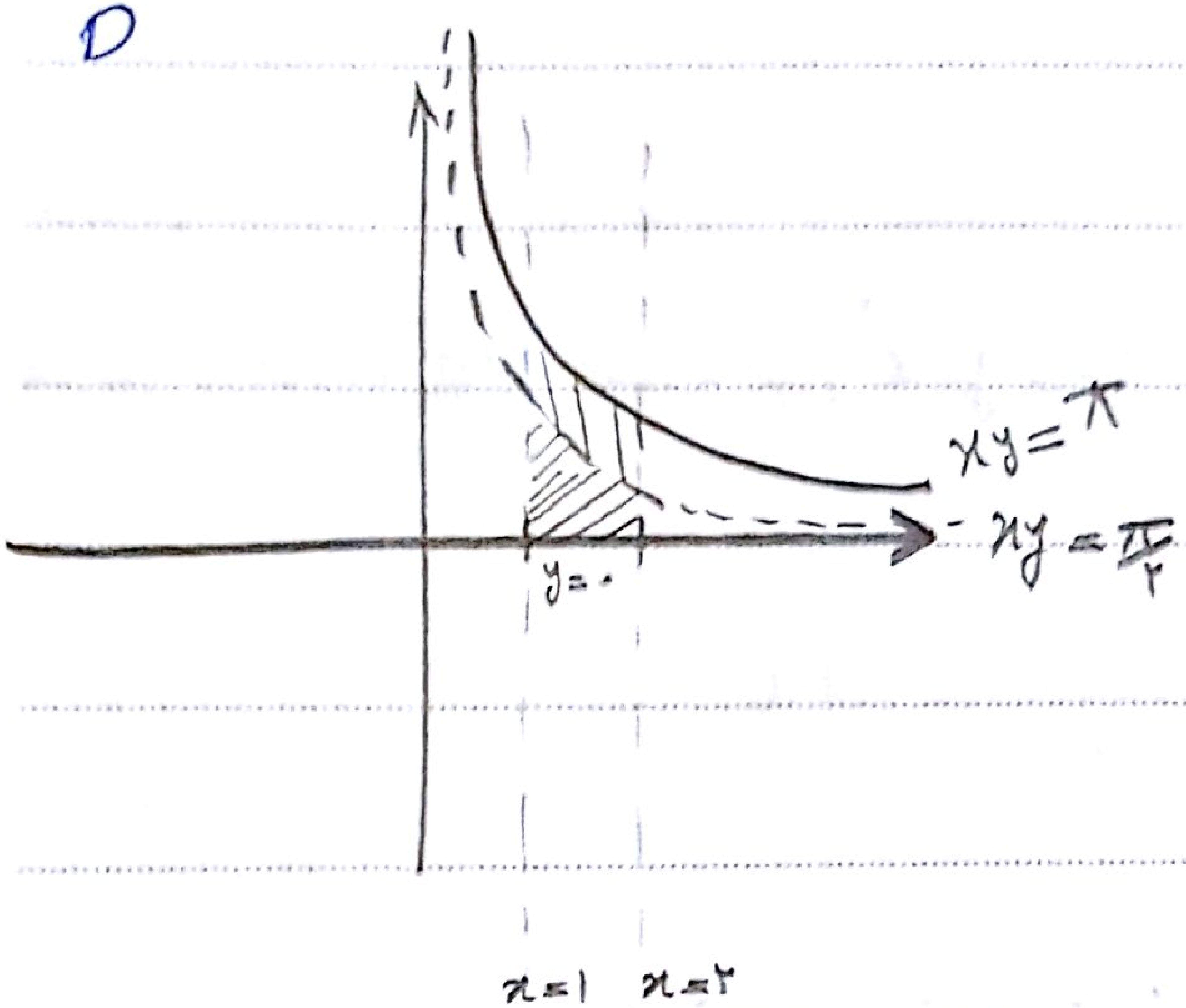
مثال : D : ناحیه محدود بین منحنی‌ها $xy=\pi$ و $y=0$ ، $x=1$

$$\iint_D x\,|\cos(xy)|\,dA$$

حل :

$$I=\int_1^2\int_0^{\frac{\pi}{2x}} x\,|\cos xy|\,dy\,dx+\int_1^2\int_{\frac{\pi}{2x}}^{\frac{\pi}{x}} x\,|\cos xy|\,dy\,dx$$

$$=\int_1^2\int_0^{\frac{\pi}{2x}} x\cos xy\,dy\,dx-\int_1^2\int_{\frac{\pi}{2x}}^{\frac{\pi}{x}} x\cos xy\,dy\,dx$$



$0\leq xy\leq\pi$

$0\leq xy\leq\frac{\pi}{2}\rightarrow\cos$ مثبت